

## SOMMARIO

AMPLIFICATORI OPERAZIONALI .....	2
Modello ideale di Amplificatore Operazionale .....	2
Caratteristica di trasferimento (open loop).....	3
Amplificatore operazionale ideale in regime lineare .....	3
Connessione Invertente .....	3
Connessione non Invertente .....	4
Connessione Differenziale.....	5
Amplificatore da strumentazione .....	5
Sommatore Invertente .....	6
Sommatore non invertente.....	7
Convertitore Corrente Tensione .....	7
Generatore di Corrente .....	7
Sorgente di riferimento positiva (positive reference) .....	8
Circuito Derivatore (studio nel dominio di $t$ ).....	8
Circuito Derivatore (studio nel dominio di $f$ ).....	9
Circuito Integratore (studio nel dominio di $t$ ).....	9
Circuito Integratore (studio nel dominio di $f$ ).....	10
Integratore differenziale.....	10
Circuito Sfasatore .....	11
Esempi: Integratore differenziale per Contatore Geiger LX772 (Nuova Elettronica).....	11
Bibliografia : .....	12

### *AMPLIFICATORI OPERAZIONALI I° applicazioni lineari*

prof. Cleto Azzani  
IPSIA Moretto Brescia

31 ottobre 1995

## Amplificatori Operazionali

Gli amplificatori operazionali traggono la loro denominazione dal fatto che essi furono introdotti nel campo dell'Elettronica proprio per eseguire operazioni di carattere matematico nell'ambito dei "Calcolatori Analogici" largamente usati in campo balistico nella seconda guerra mondiale. Tali operazioni sono :

- somma o sottrazione fra segnali elettrici,
- prodotto per una costante,
- integrazione e derivazione nel tempo di segnali elettrici.

Gli amplificatori operazionali possono suddividersi in :

- Amplificatori Operazionali OVA (Operational Voltage Amplifier/Amplificatori Operazionali funzionanti in tensione)
- Amplificatori Operazionali Norton (Amplificatori Operazionali funzionanti in corrente)
- Amplificatori Operazionali a Transconduttanza OTA.

Gli amplificatori operazionali OVA sono i più diffusi; con essi sono possibile una grande vastità di applicazioni lineari e non lineari. D'ora in poi parlando di amplificatori operazionali intenderemo senz'altro riferirci agli OVA in assenza di esplicite diverse precisazioni.

Un amplificatore operazionale è strutturalmente costituito da due amplificatori differenziali collegati in cascata (fig. 1) caratterizzati da un'elevata amplificazione di modo differenziale e da un'elevato CMRR. Esso può essere pensato come un blocco funzionale dotato di due ingressi e di una uscita e per il suo funzionamento necessita di due sorgenti di alimentazione una positiva  $V_{cc}$  ed una negativa  $V_{ee}$  (alimentazione duale solitamente  $+12V$  e  $-12V$  oppure  $+15V$  e  $-15V$ ). I due ingressi sono denominati : Ingresso Invertente I (contrassegnato con un segno -) e Ingresso Non Invertente NI (contrassegnato dal segno +). Il simbolo elettrico è quello riportato in fig. 2. Il legame matematico ingresso uscita è descritto dalla relazione :

$$V_u = A_{VOL}(V_{NI} - V_I) = A_{VOL}V_D$$

1

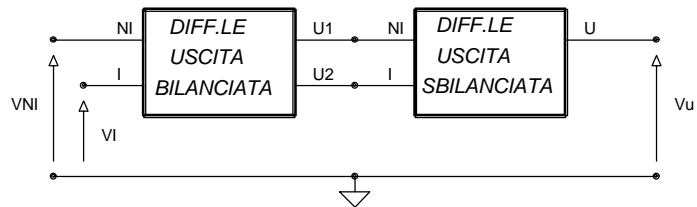


fig. 1 Struttura a blocchi di un amplificatore operazionale

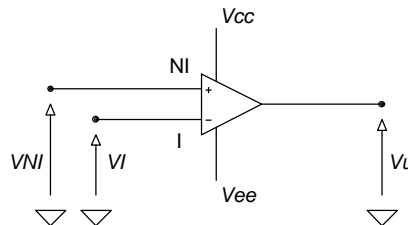


fig. 2 Simbolo elettrico di Amplificatore Operazionale OVA

### Modello ideale di Amplificatore Operazionale

Un amplificatore operazionale ideale si caratterizza nel seguente modo :

- Resistenza di ingresso (sia Invertente che Non Invertente) infinita
- Resistenza di uscita nulla
- Amplificazione di tensione ad anello aperto infinita
- Banda Passante infinita

Nella realtà la resistenza di ingresso non risulta infinita ma assume valori dell'ordine di alcuni megaohm nel caso di stadio differenziale d'ingresso a BJT; centinaia e talora migliaia di megaohm in caso di stadio differenziale di ingresso a JFET (tecnologia Bi-FET) o MOSFET (tecnologia Bi-MOS)

La resistenza di uscita negli A.O. reali assume valori dell'ordine di alcune decine di ohm; ciò non rappresenta un grosso problema in quanto è sufficiente che il carico risulti molto maggiore rispetto alla resistenza di uscita così da potere ritenere trascurabile l'effetto di  $R_u$ .

Il parametro  $A_{VOL}$  nella norma non risulta di valore infinito ma assume valori che sono compresi fra 50.000 e 400.000.

Da ultimo la Banda passante normalmente non assume valore infinito anche perché esiste una importante proprietà generale dei circuiti amplificatori che afferma che detto  $F$  il prodotto fra Banda e Amplificazione a centro banda tale prodotto si può dimostrare che risulta essere costante per una dato Amplificatore (che incorpora determinati BJT e con un determinato layout costruttivo).

$$F = B \cdot A_{V_0} = cost \quad 2$$

È perciò evidente che se da un amplificatore si vogliono ottenere elevati guadagni  $A_v$  ci si dovrà necessariamente accontentare di limitate Bande passanti; se si desiderano Bande passanti sostanziose ci si dovrà accontentare di limitati valori dell'amplificazione.

### Caratteristica di trasferimento (open loop)

La curva riportata in fig. 3 esprime in forma grafica il legame matematico descritto dalla relazione 1 nell'ipotesi di un Amplificatore Operazionale ideale (curva continua  $A_{VOL}$  infinita) o di un Amplificatore Operazionale reale (curva tratteggiata  $A_{VOL}$  finita). Infatti se supponiamo che il segnale differenza  $V_d$  assuma valori positivi (ingresso NI a potenziale maggiore dell'ingresso I) il fatto che  $A_{VOL}$  assume normalmente valori molto elevati (tendenti ad infinito) fa sì che l'uscita si porti nella regione di saturazione positiva ( $V_u = V_{CC}$ ); se supponiamo che  $V_d$  assuma valori negativi,  $V_u$  si porterà nella regione di saturazione negativa ( $V_u = V_{EE}$ ).

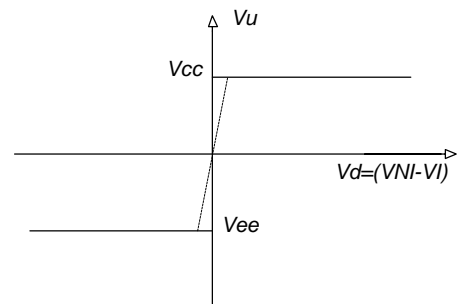


fig. 3 Transcaratteristica di un OVA

### Amplificatore operazionale ideale in regime lineare

Dalla relazione 1 risolvendo rispetto a  $V_d$  si ha :

$$V_D = V_{NI} - V_I = \frac{V_u}{A_{VOL}} \quad 3$$

da cui risulta per la ipotesi c) :

$$\lim_{A_{VOL} \rightarrow \infty} (V_{NI} - V_I) = \lim_{A_{VOL} \rightarrow \infty} \frac{V_u}{A_{VOL}} = 0 \quad 4$$

da cui si ha immediatamente :

$$V_{NI} = V_I \quad 5$$

La espressione 5 è di fondamentale importanza per lo studio rigoroso di tutti i circuiti lineari basati su Amplificatori Operazionali .

### Connessione Invertente

Si faccia riferimento al circuito di fig. 4 in esso per le condizioni di linearità risulta :

$$V_{NI} = V_I = 0$$

il punto A è un punto di "massa virtuale" ossia risulta a potenziale di massa (GND, 0V) pur non essendo collegato fisicamente a massa. Risulta perciò :

$$I_{R1} = \frac{V_e}{R_1} \quad 6$$

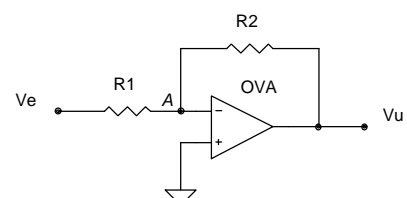


fig. 4 Connessione Invertente

$$I_{R2} = \frac{V_u}{R_2} \quad 7$$

da cui per la ipotesi a) sugli Amplificatori Operazionali risulta:

$$I_{R1} + I_{R2} = \frac{V_e}{R_1} + \frac{V_u}{R_2} = 0 \quad 8$$

e quindi :

$$A_V = \frac{V_u}{V_e} = -\frac{R_2}{R_1} \quad 9$$

L'analisi della espressione 9 porta alle seguenti considerazioni :

a) *Amplificazione negativa* sta ad indicare che fra tensione di entrata  $V_e$  e tensione di uscita  $V_u$  sussiste uno sfasamento di 180 gradi.

b) Si tratta propriamente di amplificazione se  $R_2$  risulta maggiore di  $R_1$ ; di attenuazione se  $R_2$  risulta minore di  $R_1$ ; nel caso  $R_2$  risulti uguale ad  $R_1$  il circuito sfasa di 180 gradi il segnale applicato in ingresso.

Per la presenza del punto A di massa virtuale è immediato dedurre che il circuito di fig. 4 offre al generatore una resistenza di ingresso data da :

$$R_i = R_1$$

### Connessione non Invertente

Si faccia riferimento al circuito di fig. 5 in esso per le condizioni di linearità risulta :

$$V_{NI} = V_I$$

pertanto risulterà :

$$V_e = V_u \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad 10$$

ricavando dalla 10  $V_u$  si ottiene :

$$A_V = \frac{V_u}{V_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad 11$$

L'analisi della espressione 11 porta alle seguenti considerazioni :

a) *Amplificazione risulta positiva*; ciò sta ad indicare che fra tensione di entrata  $V_e$  e tensione di uscita  $V_u$  non vi è sfasamento da cui la denominazione di "Connessione non Invertente".

b) *Amplificazione sempre in genere maggiore di uno* assume valore uno in due casi particolari con  $R_2=0$  e con  $R_1=\infty$  sfruttati nel circuito inseguitore (vedi fig. 6). Tale circuito viene impiegato per realizzare le condizioni di adattamento di "massima tensione" fra un generatore ad elevata resistenza interna ed un carico di valore basso.

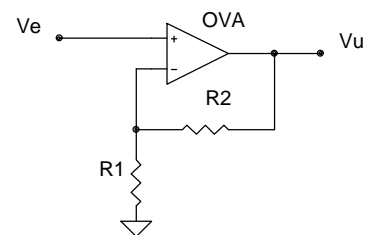


fig. 5 Connessione Non Invertente

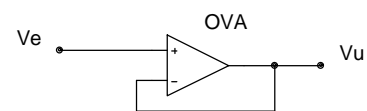


fig. 6 Circuito Inseguitore

Poiché il segnale di ingresso ai circuiti di fig. 5 e 6 vengono applicati direttamente all'ingresso Non Invertente la resistenza di ingresso risulta di valore infinito (modello ideale).

## Connessione Differenziale

Si faccia riferimento al circuito di fig. 7 in esso per le condizioni di linearità risulta :

$$V_{NI} = V_I$$

pertanto risulterà :

$$V_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_u \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad 12$$

da cui si ottiene :

$$V_u = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1) \quad 13$$

L'analisi della espressione 13 porta alle seguenti considerazioni :

- a) Nel caso in cui  $R_2=R_1$  il segnale in uscita al circuito di fig. 7 è semplicemente la differenza fra i segnali applicati in ingresso  $V_2-V_1$ ,
- b) Nel caso in cui risulti  $R_2$  maggiore di  $R_1$  la differenza viene amplificata, nel caso opposto la differenza viene attenuata.

Nello schema di fig. 8 è presentato un Amplificatore per Strumentazione costituito da due circuiti inseguitori ad elevata impedenza di ingresso connessi agli ingressi di un amplificatore differenziale (fig. 7).

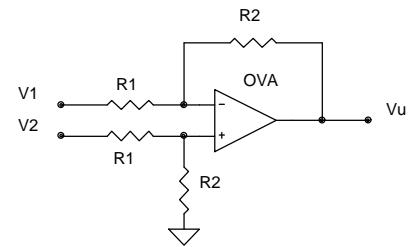


fig. 7 Connessione Differenziale

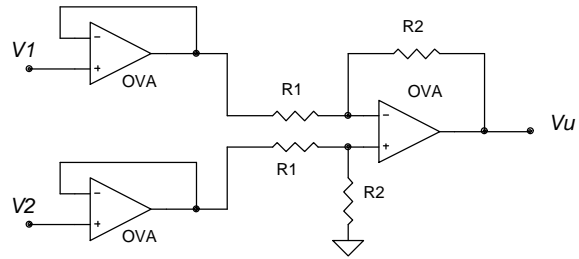
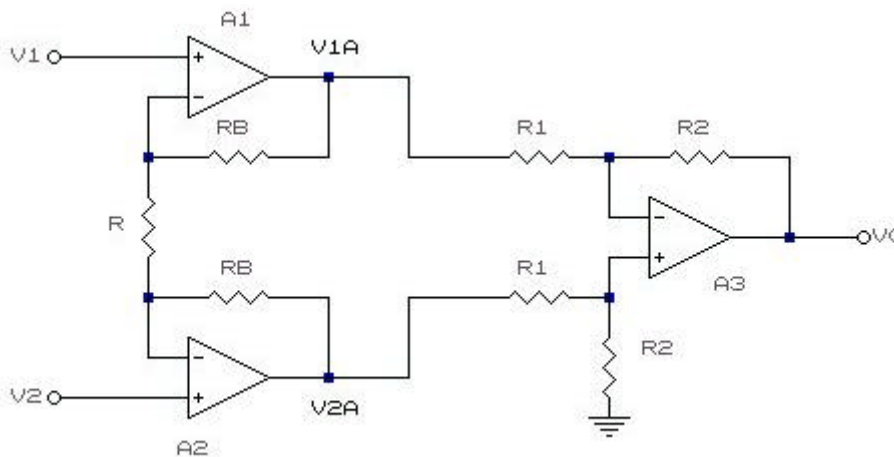


fig. 8 Amplificatore per Strumentazione

## Amplificatore da strumentazione



Può essere visto come la cascata fra un amplificatore differenziale ad uscita bilanciata ed una connessione differenziale normale.

Dobbiamo dimostrare che la relazione ingresso-uscita è del tipo :

$$V_0 = \left( 1 + 2 \frac{R_B}{R} \right) \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_2 - V_1)$$

La relazione ingresso-uscita della connessione differenziale è la seguente :

$$V_0 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (V_{2A} - V_{1A})$$

Resta quindi da determinare la relazione ingresso uscita del primo stadio.

Ponendo  $V_2=V_1=V_e$  si noti che gli amplificatori A1 e A2 funzionano da inseguitori; infatti per la condizione di linearità applicata ad A1 e A2 la ddp ai capi di R vale 0 e quindi anche le cadute ai capi di RB.

Ponendo  $V_2=V_e$  e  $V_1=-V_e$  la cdt ai capi di R vale  $2V_e$  e di conseguenza:

$$V_{2A} = V_e + \frac{2 \cdot R_B}{R} \cdot V_e = V_e \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{R_B}{R}\right)$$

$$V_{2B} = -V_e - \frac{2 \cdot R_B}{R} \cdot V_e = -V_e \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{R_B}{R}\right)$$

Ricordando che :

$$A_D = \frac{V_O}{2 \cdot V_e} \Big|_{V_{NI} = -V_I = V_e} = \frac{V_{2A} - V_{2B}}{2 \cdot V_e} = \left(1 + 2 \cdot \frac{R_B}{R}\right)$$

Rendendo R variabile è possibile modificare il guadagno del circuito.

### Sommatore Invertente

Si faccia riferimento al circuito di fig. 9 in esso per le condizioni di linearità risulta :

$$V_{NI} = V_I = 0$$

Il punto A è ancora un punto di "massa virtuale" ossia risulta a potenziale di massa (GND, 0V) pur non essendo collegato fisicamente a massa. Procedendo in modo analogo al circuito di fig. 4 (connessione invertente) si ottiene:

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \frac{V_u}{R} = 0 \quad 14$$

da cui risulta :

$$V_u = -R \frac{V_1}{R_1} - R \frac{V_2}{R_2} - R \frac{V_3}{R_3} \quad 15$$

L'analisi della espressione 15 porta alle seguenti considerazioni :

- 1) - La tensione di uscita  $V_u$  risulta una somma pesata ed invertita dei tre ingressi  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$ . Nel caso in cui  $R_1=R_2=R_3$  si ha :

$$V_u = -\frac{R}{R_1} (V_1 + V_2 + V_3) \quad 16$$

- 2) - Nel caso in cui  $R=R_1$  il segnale in uscita al circuito di fig. 9 è semplicemente la somma cambiata di segno (sfasamento di 180 gradi) fra i segnali applicati in ingresso  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,

- 3) - Nel caso in cui risulti  $R$  maggiore di  $R_1$  la somma viene amplificata, nel caso opposto la somma viene attenuata.

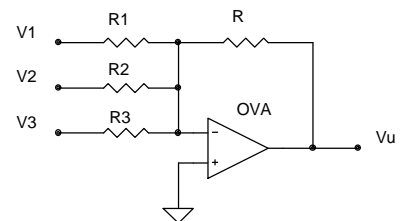


fig. 9 Sommatore Invertente

### Sommatore non invertente

Si faccia riferimento al circuito di fig. 10 in esso per le condizioni di linearità risulta :

$$V_u \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{2} \quad 17$$

$$V_u = \frac{R_1 + R_2}{2R_1} (V_1 + V_2) \quad 18$$

L'analisi della espressione 18 porta alle seguenti considerazioni :

- a) Nel caso in cui  $R_1=R_2$  il segnale in uscita al circuito di fig. 10 è semplicemente la somma fra i segnali applicati in ingresso  $V_1$  e  $V_2$  (circuito fig. 10b)
- b) Nel caso in cui :  $R_2=0, R_1=\infty$  il segnale in uscita al circuito di fig. 10 è semplicemente la media aritmetica dei segnali applicati in ingresso  $V_1$  e  $V_2$  (circuito fig. 10c).
- c) Con opportune scelte del rapporto  $R_2/R_1$  il circuito può amplificare la somma o attenuarla (circuito fig. 10a).

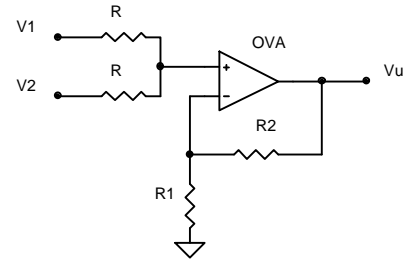


fig. 10a Amplificatore sommatore non inv.

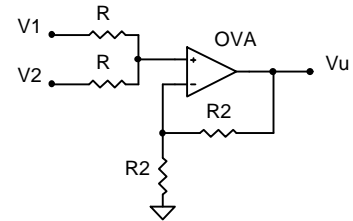


fig. 10b Sommatore Non Invertente

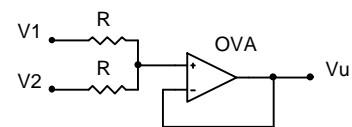


fig. 10c Mediatore aritmetico

### Convertitore Corrente Tensione

Si faccia riferimento al circuito di fig. 11 in esso per le condizioni di linearità risulta :

$$I_e + \frac{V_u}{R_2} = 0 \quad 19$$

e quindi :

$$V_u = -R_2 \cdot I_e \quad 20$$

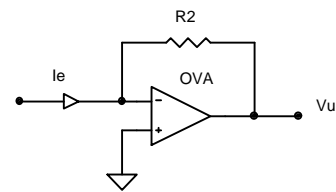


fig. 11 Convertitore Corrente Tensione

### Generatore di Corrente

In fig. 12 è rappresentata una soluzione circuitale che utilizza due amplificatori operazionali. A1 in connessione differenziale trasferisce sull'ingresso invertente di A2 la c.d.t. presente ai capi di  $R_1$  (percorsa dalla corrente che interessa il carico). Pertanto risulta:

$$V_u = V_a - V_b = V_{R_1} = R_1 I_C \quad 21$$

Le condizioni di linearità su A2 impongono che risulti :

$$V_e = V_u = R_1 I_C \quad 22$$

da cui risulta :

$$I_C = \frac{V_e}{R_1} \quad 23$$

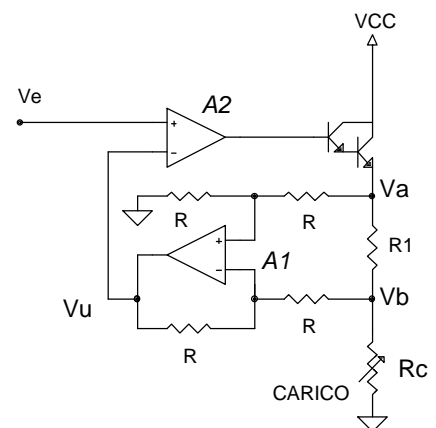


fig. 12 Generatore di corrente

Un'altra soluzione circuitale è quella di fig. 13. Risulta in questo caso che:

$$V_I = \frac{V_u}{2} \quad 24$$

Applicando il teorema di Millmann all'ingresso NI (non invertente) si ha :

$$V_{NI} = \frac{\frac{V_e}{2} + \frac{V_u}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_c}} \quad 25$$

Le condizioni di funzionamento in zona lineare impongono l'uguaglianza fra la 24 e la 25 per cui risulta :

$$V_u = \frac{2R_c}{R} V_e \quad 26$$

da cui risulta facilmente :

$$I_C = \frac{V_{NI}}{R_c} = \frac{V_I}{R_c} = \frac{V_u}{2R_c} = \frac{V_e}{R} \quad 27$$

L'intensità di corrente che percorre il carico dipende dal valore della tensione  $V_e$  applicata al circuito e dalla resistenza  $R$  presente nella configurazione circuitale di fig.13.

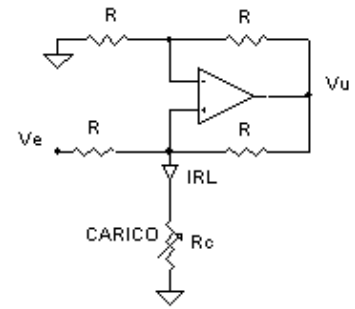


fig. 13 Generatore di Corrente

### Sorgente di riferimento positiva (positive reference)

Nel circuito di fig. 14a la ddp prelevata fra cursore e massa del potenziometro P1 viene inviata all'ingresso di uno stadio inseguitore; pertanto la tensione di uscita  $V_u$  varierà da un valore minimo 0 al valore massimo  $V_z$  a seconda della posizione assunta dal cursore di P1. Nel circuito di fig. 14b le condizioni di linearità impongono :

$$V_{R1} = V_u - V_z = V_u \frac{R_3}{R_2 + R_3} \quad 28$$

da cui risulta :

$$V_u = V_z \frac{R_2 + R_3}{R_2} = V_z \left( 1 + \frac{R_3}{R_2} \right) \quad 29$$

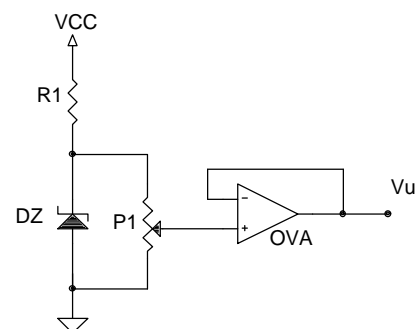


fig. 14a Reference Positivo

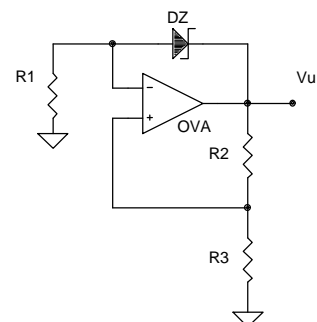


fig. 14b Reference Positivo

### Circuito Derivatore (studio nel dominio di t)

Nel circuito di fig. 15 la condizione di linearità porta ai seguenti risultati:

$$I_1 = C_1 \frac{dV_e}{dt} \quad I_2 = \frac{V_u}{R_2} \quad 30$$

inoltre risulta :

$$I_1 + I_2 = 0 \quad 31$$

da cui immediatamente si ha :

$$V_u = -C_1 R_2 \frac{dV_e}{dt} \quad 32$$

se il segnale di ingresso ha derivata positiva ( $V_e$  crescente) la  $V_u$  risulta negativa; se  $V_e$  ha derivata negativa ( $V_e$  decrescente) la  $V_u$  risulta positiva; se  $V_e$  risulta costante (derivata nulla)  $V_u$  risulta uguale a zero.

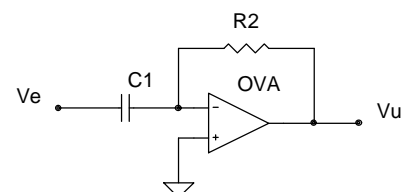


fig. 15 Circuito Derivatore

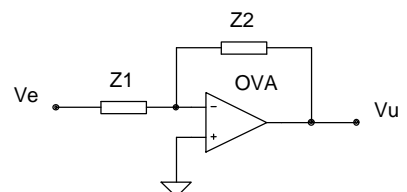


fig. 16 Connessione Invertente



### Circuito Derivatore (studio nel dominio di $f$ )

Lo studio del derivatore (fig. 15 e 16) può essere condotto nel dominio della variabile  $f$ ; in tal caso risulta:

$$F(j\omega) = \frac{V_u}{V_e} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -j\omega C_1 R_2 \quad 33$$

$$|F(j\omega)| = \omega C_1 R_2 \quad 34$$

$$\text{Arg}[F(j\omega)] = -\frac{\pi}{2} \quad 35$$

$$|F(j\omega)|_{dB} = 20 \log |F(j\omega)| = 20 \log \omega C_1 R_2 \quad 36$$

Il circuito di fig. 15 presenta però un guadagno crescente con la frequenza (la  $F(j\omega)$  presenta uno zero a frequenza nulla) (vedi diagramma di Bode di fig. 19a); questo fatto crea dei problemi in quanto disturbi ad alta frequenza vengono amplificati eccessivamente. Si passa quindi al circuito di fig. 17 per il quale si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$F(j\omega) = \frac{V_u}{V_e} = -\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{-j\omega C_1 R_2}{1 + j\omega C_1 R_1} \quad 37$$

$$|F(j\omega)| = \frac{\omega C_1 R_2}{\sqrt{1 + (\omega C_1 R_1)^2}} \quad 38$$

$$\text{Arg}[F(j\omega)] = -\frac{\pi}{2} - \text{arctg} \omega C_1 R_1 \quad 39$$

Il circuito di fig. 17 oltre allo zero a frequenza 0 responsabile dell'azione derivatrice possiede un polo alla pulsazione  $1/C_1 R_1$  che limita la crescita del guadagno al crescere della frequenza al valore massimo dato da:

$$|F(j\omega)|_{MAX} = \frac{R_2}{R_1} \quad 40$$

si osservi in proposito il diagramma di Bode riportato in fig. 19b. Il circuito di fig. 18 oltre allo zero a frequenza 0 responsabile dell'azione derivatrice possiede pure un polo doppio alla pulsazione  $1/C_1 R_1$  ( $C_1 R_1 = C_2 R_2$ ); per frequenze inferiori a quella del polo l'azione è derivatrice, a pulsazioni superiori l'azione è integratrice (guadagno decrescente al crescere di  $f$ ).

Le curve dei diagrammi di Bode di fig. 19 a, b, c hanno pendenza  $+20 \text{ dB/decade}$  dove  $F$  cresce,  $-20 \text{ dB/decade}$  dove  $F$  cala.

### Circuito Integratore (studio nel dominio di $t$ )

Nel circuito di fig. 20 la condizione di linearità porta ai seguenti risultati:

$$I_1 = \frac{V_e}{R_1} \quad I_2 = C_2 \frac{dV_u}{dt} \quad 41$$

inoltre risulta:

$$I_1 + I_2 = 0 \quad 42$$

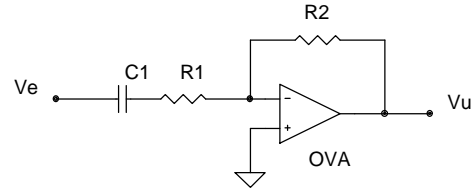


fig. 17 Derivatore reale soluzione 1

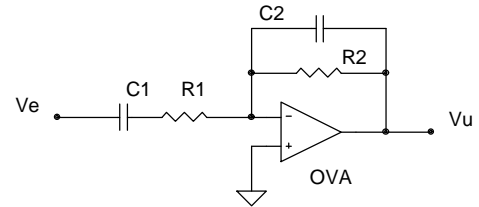


fig. 18 Derivatore reale soluzione 2

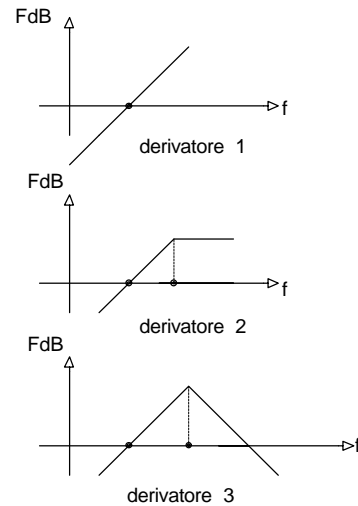


fig. 19 Diagrammi di Bode dei circuiti Derivatori

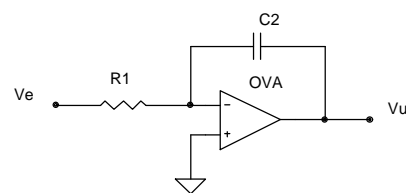


fig. 20 Circuito Integratore

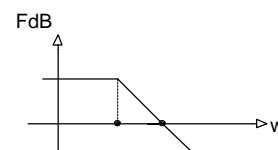
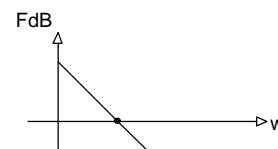


fig. 21 Diagrammi di Bode dei circuiti Integratori

da cui immediatamente si ha :

$$\frac{dV_u}{dt} = -\frac{V_e}{C_2 R_1} \quad 43$$

se il segnale di ingresso assume valori positivi, la derivata di  $V_u$  risulta negativa ( $V_u$  decrescente) se  $V_e$  assume valori negativi, la derivata di  $V_u$  risulta positiva ( $V_u$  crescente); se  $V_e$  assume valori nulli, la derivata di  $V_u$  risulta nulla ( $V_u$  costante).

### Circuito Integratore (studio nel dominio di $f$ )

Lo studio dell'Integratore può essere condotto nel dominio della variabile  $f$  ; in tal caso risulta:

$$F(j\omega) = \frac{V_u}{V_e} = -\frac{\overline{Z_2}}{\overline{Z_1}} = -\frac{1}{j\omega C_2 R_1} \quad 44$$

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\omega C_2 R_1} \quad 45$$

$$\text{Arg}[F(j\omega)] = +\frac{\pi}{2} \quad 46$$

$$|F(j\omega)|_{dB} = 20 \log |F(j\omega)| = -20 \log \omega C_2 R_1 \quad 47$$

Il circuito di fig. 20 presenta però un guadagno decrescente con la frequenza (polo a frequenza 0 nella  $F(j\omega)$ ) (vedi diagramma di Bode di fig. 21a); questo fatto crea dei problemi in quanto disturbi a bassa frequenza vengono amplificati molto. Per limitare il guadagno alle BF si ricorre al circuito di fig. 22 che presenta un comportamento rappresentato dal diagramma di Bode di fig. 21b. Per esso possono essere scritte le seguenti relazioni:

$$F(j\omega) = \frac{V_u}{V_e} = -\frac{\overline{Z_2}}{\overline{Z_1}} = -\frac{R_2}{(1 + j\omega C_2 R_2)} \cdot \frac{1}{R_1} \quad 48$$

$$|F(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C_2 R_2)^2}} \quad 49$$

$$\text{Arg}[F(j\omega)] = -\pi - \text{arctg } \omega C_2 R_2 \quad 50$$

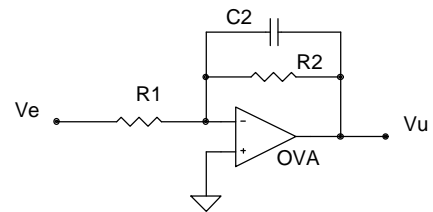


fig.22 Integratore Reale

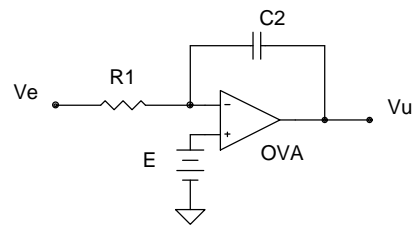


fig.23 Integratore Differenziale

Il circuito di fig. 22 è dotato di polo non più nell'origine ma ad una pulsazione  $1/C_2 R_2$ ; per frequenze inferiori a quella del polo l'azione è di tipo proporzionale a guadagno limitato dal rapporto  $R_2/R_1$ , a pulsazioni superiori l'azione è integratrice (guadagno decrescente al crescere di  $f$  con pendenza di  $-20\text{dB/decade}$ ).

### Integratore differenziale

Lo schema elettrico di fig. 23 presenta un esempio di Integratore differenziale; per esso si possono trarre le seguenti conclusioni:

$$V_I = V_{NI} = E \quad 51$$

$$I_1 = \frac{V_e - E}{R_1} \quad I_2 = C_2 \frac{d(V_u - E)}{dt} = C_2 \frac{dV_u}{dt} \quad 52$$

inoltre risulta :

$$I_1 + I_2 = 0 \quad 53$$

da cui immediatamente si ha :

$$\frac{dV_u}{dt} = -\frac{V_e - E}{C_2 R_1} \quad 54$$

se il segnale di ingresso  $V_e$  assume valori superiori ad  $E$ , la derivata di  $V_u$  risulta negativa ( $V_u$  decrescente)

se  $V_e$  assume valori inferiori ad  $E$ , la derivata di  $V_u$  risulta positiva ( $V_u$  crescente); se  $V_e$  assume valori uguali ad  $E$ , la derivata di  $V_u$  risulta nulla ( $V_u$  costante).

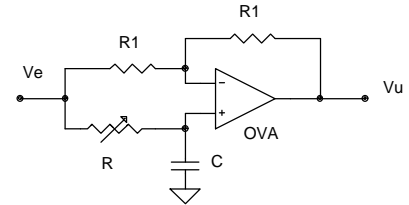


fig.24 Circuito Sfasatore

### Circuito Sfasatore

Nel circuito di fig. 24, applicando il Teorema di Millmann all'ingresso I e la teoria generale sul filtro passa-basso all'ingresso NI si perviene facilmente alle seguenti relazioni:

$$V_I = \frac{V_e}{2} + \frac{V_U}{2} \quad V_{NI} = \frac{V_e}{1 + j\omega CR} \quad 55$$

la condizione di linearità (5) porta, con semplici passaggi al seguente risultato:

$$F(j\omega) = \frac{V_u}{V_e} = \frac{1 - j\omega CR}{1 + j\omega CR} \quad 56$$

$$|F(j\omega)| = \sqrt{\frac{1 + (\omega CR)^2}{1 + (\omega CR)^2}} = 1 \quad 57$$

$$\text{Arg}[F(j\omega)] = \text{arctg}(-\omega CR) - \text{arctg} \omega CR = -2 \text{arctg}(\omega CR) \quad 58$$

modulo di  $F(j\omega)=1$  significa  $V_u=V_e$ ; il circuito di fig. 24 non modifica il modulo di  $V_e$  ma altera solamente la fase conformemente all'espressione 58 sopra riportata.

### Esempi: Integratore differenziale per Contatore Geiger LX772 (Nuova Elettronica)

Il circuito di fig. 25 rappresenta la sezione integratore differenziale presente all'interno del contatore Geiger LX772. In base al BJT Q1 giungono impulsi di corrente di breve durata forniti da un monostabile; S1 si chiude al termine del ciclo di integrazione provoca la scarica di C1 che si riapre non appena C1 risulta completamente scarico. Per studiare il funzionamento del circuito analizziamo la situazione in cui Q1 è OFF e inoltre S1 è OFF. Risulta :

$$V_{NI} = V_Z = V_I \quad 59$$

$$\frac{V_I - (V_Z - V_D)}{R_2} = C_1 \frac{d(V_U - V_I)}{dt} \quad 60$$

$$\frac{V_D}{R_2} = C_1 \frac{d(V_U - V_Z)}{dt} = C_1 \frac{dV_U}{dt} \quad 61$$

$$\frac{dV_U}{dt} = \frac{V_D}{R_2 C_1} = \frac{0,6}{20 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 0,03 \frac{V}{s} \quad 62$$

Ora se analizziamo il caso in cui il transistor è ON il circuito è semplificabile come indicato in fig. 26. Applicando il teorema di Thevenin all'ingresso Vi si ottiene:

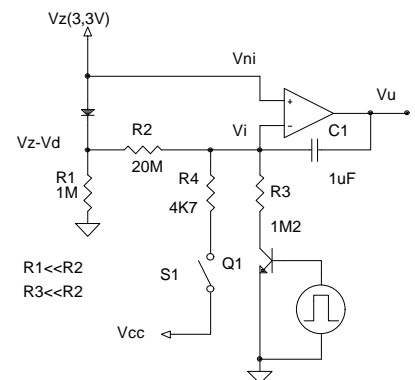


fig. 26

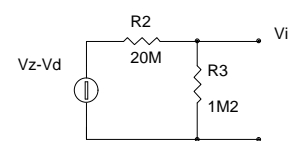


fig. 27

$$E_{eq} = (V_Z - V_D) \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cong (V_Z - V_D) \frac{R_3}{R_2} \quad 63$$

$$R_{eq} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cong R_3 \quad 64$$

Rifacendosi alla rete di fig. 25 si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$\frac{V_Z - \frac{R_3}{R_2}(V_Z - V_D)}{R_3} = C_1 \frac{dV_U}{dt} \quad 65$$

essendo inoltre :

$$V_Z R_3 \ll V_Z R_2 \quad 66$$

$$V_D R_3 \ll V_Z R_2 \quad 67$$

risulta :

$$\frac{dV_U}{dt} = \frac{V_Z}{R_3 C_1} = \frac{3,3}{1,2 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 2,75 \frac{V}{s} \quad 68$$

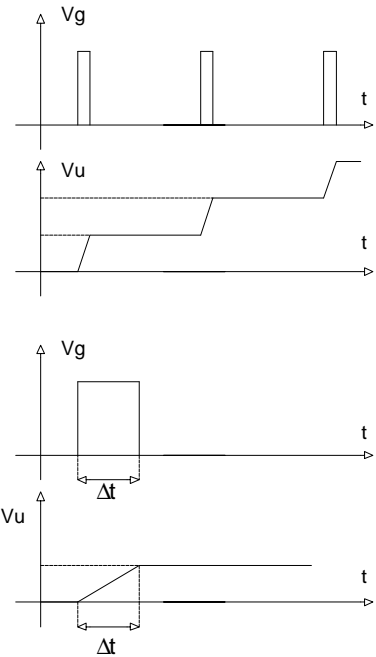


fig. 27

Come si nota analizzando i grafici di fig.27 , il BJT viene portato in condizione ON dagli impulsi provenienti dal generatore (strutturalmente esso è un monostabile che provvede a conferire caratteristiche di durata bel precise ai segnali prodotti dal tubo di Geiger). Se indichiamo con  $\Delta t$  la durata di tali impulsi (fig. 27c) la tensione in uscita all'integratore cresce della quantità:

$$\Delta V_U = \frac{V_Z}{R_2 C_1} \Delta T \quad 69$$

Detto  $T_m$  il tempo in cui opera il circuito integratore,  $f$  la frequenza media degli impulsi,  $N$  il numero degli impulsi che giungono all'integratore nell'intervallo  $T_m$ , risulta:

$$N = f \cdot T_m \quad 70$$

In corrispondenza a tale intervallo  $T_m$  la tensione di uscita assumerà il valore dato dalla espressione:

$$V_U = N \cdot \Delta V_U = N \cdot \frac{V_Z}{R_2 \cdot C_1} \cdot \Delta T \quad 71$$

$$V_U = \frac{V_Z \cdot \Delta T}{R_2 \cdot C_1} \cdot T_m \cdot f = K \cdot f \quad 72$$

Chiudendo S1, poiché R4 risulta largamente inferiore sia a R3 che a R2, la evoluzione di Vu è determinata dalla seguente legge:

$$\frac{V_Z - V_{CC}}{R_4} = C_1 \frac{dV_U}{dt} \quad 73$$

$$\frac{dV_U}{dt} = \frac{V_Z - V_{CC}}{R_4 C_1} = \frac{3,3 - 9}{4,7 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = -1212,8 \frac{V}{s} \quad 74$$

Un valore così elevato di derivata di tensione provoca la rapida scarica di C1 che perciò è pronto per la partenza di un successivo ciclo di integrazione.

### Bibliografia :

Cuniberti	Elettronica 2 e 3 vol	Petrini Editore
A.Franchi-B.Spataro	Amplificatori Operazionali	Sovrana Editrice
National Semiconductors	Linear Application Handbook	1986
Analog Devices	Nonlinear Circuits Handbook	1974